PATVIRTINTA
Nacionalinio egzaminų centro direktoriaus
2016 m. birželio 13 d. įsakymu Nr. 1.3.-V1-89

2016 M. MATEMATIKOS VALSTYBINIO BRANDOS EGZAMINO UŽDUOTIES VERTINIMO INSTRUKCIJA

Pagrindinė sesija

I dalis

Užd. Nr.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Ats.	**C**	**A**	**C**	**B**	**B**	**A**	**B**	**C**	**D**	**D**

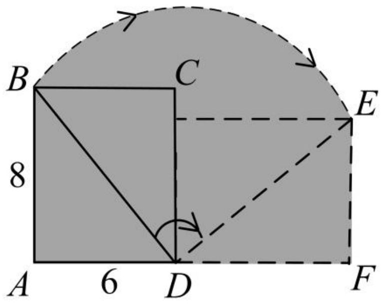
II dalis

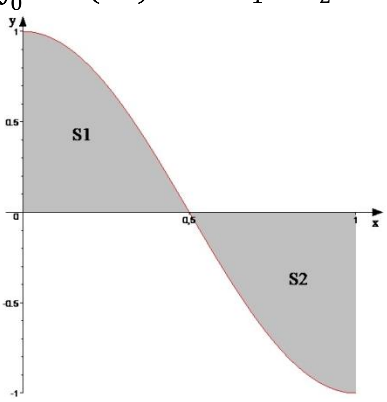
11.1.	30 cm^2 (arba 30)	**14.1.**	54
11.2.	0	**14.2.**	27
11.3.	$\frac{60}{13}$ cm (arba $4\frac{8}{13}$ cm, arba $\frac{60}{13}$, arba $4\frac{8}{13}$)	**15.**	1
12.1.	19	**16.1.**	4
12.2.	23	**16.2.**	-1; 1 (arba ± 1)
13.1.	990 Eur (arba 990)		
13.2.	200		

Pastabos

1. Jei mokinys 11.3 dalyje teisingai apskaičiavo aukštinės ilgį su neteisinga 11.1 dalyje gauta reikšme, tai už 11.3 dalį jam skiriamas *1 taškas*.
2. Vertinant mokinio 12 uždavinio atsakymus, buvo atsižvelgta į tai, kad sąlygoje minimi pirmieji trys aritmetinės progresijos nariai gali būti išsidėstę bet kuria tvarka.

III dalis

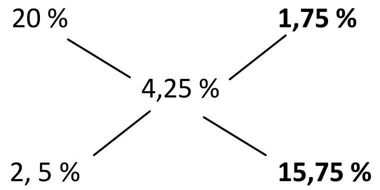
Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
17.		**5**	
17.1.		**1**	
	$BD = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10.$ *Ats.:* 10.	• 1	Už teisingai gautą atsakymą.
17.2.		**2**	
	$\angle BDC = \angle EDF$, $\angle ADB = \angle CDE$.	• 1	Už teisingai pasirinktą sprendimo būdą (pvz., pastebi bent vieną lygių kampų porą; teisingai apskaičiuoja $\angle BDC$ arba $\angle EDC$ sinuso, kosinuso arba tangento reikšmę ir kt.).
	$\angle BDE = 180° - (\angle ADB + \angle EDF) =$ $= 180° - 90° = 90°.$ *Ats.:* 90°.	• 1	Už teisingai gautą atsakymą.
17.3.		**2**	
	$S_{\text{išpjovos}} = \frac{\pi \cdot 10^2}{360°} \cdot 90° = 25\pi.$	• 1	Už teisingai apskaičiuotą skritulio išpjovos plotą.
	$S_{ABD} + S_{DEF} = S_{ABCD} = 48,$ $S_{ABEF} = 48 + 25\pi.$ *Ats.:* $48 + 25\pi$.	• 1	Už teisingai apskaičiuotą pilkai nuspalvintos figūros *ABEF* plotą.
Pastaba. Jei mokinys 17.3 dalyje teisingai **apytiksliai** apskaičiavo išpjovos plotą ir su gauta reikšme teisingai apskaičiavo pilkai nuspalvintos figūros plotą, jam skiriamas *1 taškas*.			

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
18.		**7**	
18.1.		**2**	
	$f'(x) = 6x + 20x^3 + \pi \sin(\pi x)$,	• 1	Už teisingai apskaičiuotą funkcijos išvestinę.
	$f'(0) = 0$. *Ats.:* 0.	• 1	Už teisingai apskaičiuotą funkcijos išvestinę duotame taške.
Pastaba. Jei mokinys teisingai apskaičiavo funkcijos $f(x)$ dviejų dėmenų išvestinę, jam skiriamas ***tik*** *1 taškas* (pvz., $f'(x) = 6x + 20x^3 + \sin(\pi x)$).			
18.2.		**2**	
	I būdas $f'(-x) = 6(-x) + 20(-x)^3 + \pi \sin(-\pi x)$,	• 1	Už teisingai įrašytą „$-x$“ į gautą išvestinės išraišką.
	$f'(-x) = -6x - 20x^3 - \pi \sin(\pi x) = -f'(x)$. *Ats.:* nelyginė.	• 1	Už teisingai gautą išvadą.
	II būdas $f(-x) = 3(-x)^2 + 5(-x)^4 - \cos(-\pi x) =$ $= 3x^2 + 5x^4 - \cos(\pi x) = f(x)$.	• 1	Už teisingai įrašytą „$-x$“ į funkcijos išraišką.
	Kadangi $f(x)$ yra lyginė, tai $f'(x)$ yra nelyginė. *Ats.*: nelyginė.	• 1	Už teisingai gautą išvadą.
Pastaba. Jei mokinys išvadą apie funkcijos lyginumą padarė tik patikrindamas vieną ar kelias konkrečias skaitines reikšmes, jam 18.2 dalyje skiriama *0 taškų*.			
18.3.		**3**	
	I būdas $f(2) = 3 \cdot 4 + 5 \cdot 16 - \cos(2\pi) =$ $= 12 + 80 - 1 = 91$.	• 1	Už teisingai apskaičiuotą funkcijos reikšmę duotame taške.
	$\int_0^1 (3x^2 + 5x^4)dx = (x^3 + x^5)\Big\|_0^1 = 2$.	• 1	Už teisingai nustatytas funkcijos $f(x)$ bent dviejų dėmenų pirmykštes funkcijas.
	$\int_0^1 \cos(\pi x)dx = S_1 - S_2 = 0$  $91 + 2 + 0 = 93$. *Ats.:* 93.	• 1	Už teisingai pritaikytą apibrėžtinį integralą kreivinės figūros, apribotos kreive $y = \cos(\pi x)$ bei tiesėmis $y = 0, x = 0$ ir $x = 1$, plotui apskaičiuoti ir gautą teisingą atsakymą.

	II būdas $f(2) = 3 \cdot 4 + 5 \cdot 16 - \cos(2\pi) =$ $= 12 + 80 - 1 = 91.$	• 1	Už teisingai apskaičiuotą funkcijos reikšmę duotame taške.
	$\int_0^1 f(x)dx = \left(x^3 + x^5 - \frac{\sin(\pi x)}{\pi}\right)\Big\|_0^1 =$	• 1	Už teisingai nustatytas funkcijos $f(x)$ bent dviejų dėmenų pirmykštes funkcijas.
	$= \left(1 + 1 - \frac{\sin(\pi)}{\pi}\right) - \left(0 + 0 - \frac{\sin(0)}{\pi}\right)$ $= 2.$ $f(2) + \int_0^1 f(x)dx = 91 + 2 = 93.$ *Ats.:* 93.	• 1	Už teisingai gautą atsakymą.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
19.		**7**	
19.1.		**2**	
	$\begin{cases} 2+x>0, \\ 1-x>0; \end{cases}$	• 1	Už sudarytą teisingą nelygybių sistemą.
	$\begin{cases} x>-2, \\ x<1. \end{cases}$ *Ats.*: $x \in (-2;1)$ *arba* $-2<x<1$.	• 1	Už teisingai gautą atsakymą.
19.2.		**3**	
	I būdas $f'(x)=\dfrac{4}{2+x}\cdot\dfrac{1}{\ln 4}-\dfrac{1}{1-x}\cdot\dfrac{1}{\ln 2}=$	• 1	Už teisingai surastą funkcijos $f(x)$ išvestinę.
	$=\dfrac{4}{2+x}\cdot\dfrac{1}{2\ln 2}-\dfrac{1}{1-x}\cdot\dfrac{1}{\ln 2}=$	• 1	Už teisingai pritaikytą logaritmo savybę.
	$=\dfrac{1}{\ln 2}\left(\dfrac{2}{2+x}-\dfrac{1}{1-x}\right)=$ $=\dfrac{1}{\ln 2}\cdot\dfrac{2-2x-2-x}{(2+x)(1-x)}=$ $=\dfrac{1}{\ln 2}\cdot\dfrac{-3x}{(2+x)(1-x)}=$ $=\dfrac{3}{\ln 2}\cdot\dfrac{x}{(x+2)(x-1)}$.	• 1	Už teisingai atliktus algebrinius pertvarkymus.
	II būdas $f(x)=4log_4(2+x)+log_2(1-x)=$ $=2log_2(2+x)+log_2(1-x)$.	• 1	Už teisingai pritaikytą logaritmo savybę.
	$f'(x)=\dfrac{2}{(2+x)\ln 2}-\dfrac{1}{(1-x)\ln 2}=$	• 1	Už teisingai surastą funkcijos $f(x)$ išvestinę.
	$=\dfrac{1}{\ln 2}\left(\dfrac{2}{2+x}-\dfrac{1}{1-x}\right)$ $=\dfrac{1}{\ln 2}\left(\dfrac{2}{x+2}+\dfrac{1}{x-1}\right)=$ $=\dfrac{1}{\ln 2}\left(\dfrac{2x-2+x+2}{(x+2)(x-1)}\right)=$ $=\dfrac{3}{\ln 2}\cdot\dfrac{x}{(x+2)(x-1)}$.	• 1	Už teisingai atliktus algebrinius pertvarkymus.
19.3.		**2**	
	$\frac{3}{\ln 2}\cdot\frac{x}{(x+2)(x-1)}\geq 0$, $x\in(-2;0]\cup(1;+\infty)$.	• 1	Už teisingai išspręstą nelygybę.

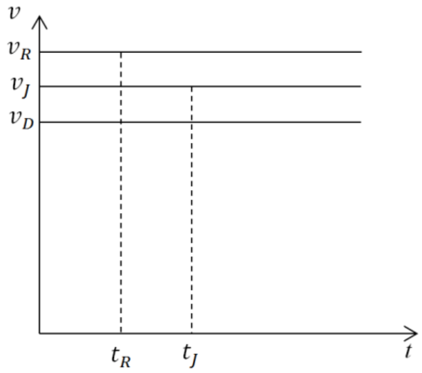
	Funkcijos $f(x)$ apibrėžimo sritis $x \in (-2; 1)$, o intervalas $(1; +\infty)$ nepriklauso funkcijos apibrėžimo sričiai. *Ats.:* $x \in (-2; 0]$.	• 1	Už teisingai gautą atsakymą.

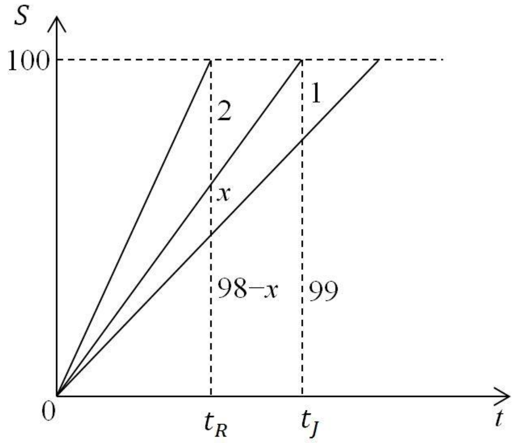
Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
20.		**4**	
20.1.		**1**	
	Ats.: 0,51 kg (arba 0,51).	• 1	Už teisingą atsakymą.
20.2.		**3**	
	I būdas x – nugriebtos grietinėlės masė kilogramais. Liko piene riebalų $(12-x)\cdot\frac{2{,}5\ \%}{100\ \%}=\frac{(12-x)}{40}\cdot$ Grietinėlėje yra riebalų $x\cdot\frac{20\ \%}{100\ \%}=\frac{x}{5}\cdot$	• 1	Už teisingą piene likusių *arba* grietinėlėje esančių riebalų masės išraišką per grietinėlės masę.
	$\frac{(12-x)}{40}+\frac{x}{5}=0{,}51\cdot$	• 1	Už teisingai sudarytą lygtį *arba* lygčių sistemą.
	Ats.: 1,2 kg (arba 1,2).	• 1	Už teisingai gautą atsakymą.
	II būdas  	• 1	Už teisingai apskaičiuotą pieno riebumo ir nugriebto pieno riebumo skirtumą (1,75 %).
		• 1	Už teisingai apskaičiuotą grietinėlės riebumo ir likusio pieno riebumo skirtumą (15,75 %).
	x – nugriebtos grietinėlės masė kilogramais. 1,75 % – x kg 17,5 % – 12 kg, $\frac{x\text{ kg}}{1{,}75\%}=\frac{12\text{ kg}}{17{,}5\ \%}$, x = 1,2 kg. *Ats.*: 1,2 kg (arba 1,2).	• 1	Už teisingai gautą atsakymą (grietinėlės masę).

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
21.		**5**	
21.1.		**3**	
	$\frac{R}{6380} = \cos 56°$; čia R – apskritimo, kuriuo skrenda Ronaldas, spindulio ilgis.	• 1	Už teisingai pasirinktą sprendimo būdą (pvz., pavaizduotas trikampis, įvestas ieškomo apskritimo spindulio žymėjimas).
	$R = 6380 \cdot \cos 56° = 6380 \cdot 0{,}6 =$ $= 3828.$	• 1	Už teisingai apskaičiuotą spindulio ilgį.
	$C = 2\pi R = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 3828 = 24039{,}84.$ *Ats.*: 24039,84 km.	• 1	Už teisingai gautą atsakymą.
Pastaba. Jei mokinys 21.1 dalyje atskirai neskaičiavo spindulio ilgio reikšmės, bet teisingai gavo atsakymą, jam skiriami *3 taškai*.			
21.2.		**2**	
	$l = \frac{7}{180} \cdot C = \frac{7}{180} \cdot 24039{,}84.$	• 1	Už teisingą atstumo nuo Kuršėnų iki Arnborgo skaitinę išraišką (*arba* šio atstumo apytikslę reikšmę).
	$t = \frac{l}{90} = \frac{7 \cdot 24039{,}84}{180 \cdot 90} \approx 10{,}4.$ *Ats.*: 10 val.	• 1	Už teisingai gautą atsakymą.
Pastaba. Jei mokinys teisingai apskaičiavo $\boldsymbol{t}$ reikšmę, bet atsakyme užrašė 11 val., jam skiriami *2 taškai*.			

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
22.		**6**	
22.1.		**1**	
	$n = C_{10}^{6} = 210$. *Ats.*: 210.	• 1	Už teisingai gautą atsakymą.
22.2.		**2**	
	Iš viso galimybių, jog nebus palaistyta mėlyname vazone auganti gėlė, yra $m = C_{9}^{6} = 84$.	• 1	Už teisingai apskaičiuotą įvykiui A palankių baigčių skaičių.
	$\mathbf{P}(A) = \frac{m}{n} = \frac{84}{210} = 0{,}4$. *Ats.*: 0,4.	• 1	Už teisingą atsakymą.
Pastaba. Jei mokinys, spręsdamas 22.2 dalį, atsižvelgė į tvarką, kuria pasirenkamos gėlės, t. y. vietoje derinių naudojo gretinius, ir gavo teisingą atsakymą, jam skiriami *2 taškai*.			
22.3.		**3**	
	Tikimybė, kad gėlė bus palaistyta, lygi $P(\bar{A}) = 1 - \mathbf{P}(A) = 0{,}6$.	• 1	Už teisingai apskaičiuotą įvykiui A priešingo įvykio tikimybę.
	Tikimybė, kad gėlė bus palaistyta ir prigis, lygi $\mathbf{P}(B) = 0{,}6 \cdot 0{,}9 = 0{,}54$. Tikimybė, kad gėlė nebus palaistyta ir prigis, lygi $\mathbf{P}(C) = 0{,}4 \cdot 0{,}3 = 0{,}12$.	• 1	Už teisingai apskaičiuotą bent vieną iš dviejų nesutaikomų įvykių tikimybę.
	$\mathbf{P}(D) = 0{,}54 + 0{,}12 = 0{,}66$. *Ats.*: 0,66.	• 1	Už teisingai gautą atsakymą.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
23.		**4**	
	I būdas Tarkime, v_R, v_J ir v_D – plaukikių greičiai. $\frac{100}{v_R}=\frac{98}{v_J}$, $v_J=0{,}98\ v_R$.	• 1	Už gautą teisingą Rūtos ir Julijos greičių sąryšį.
	$\frac{100}{v_J}=\frac{99}{v_D}$, $v_D=0{,}99\ v_J$.	• 1	Už gautą teisingą Julijos ir Džesikos greičių sąryšį.
	$v_D=0{,}99\ v_J=0{,}99\cdot 0{,}98\ v_R=0{,}9702v_R$.	• 1	Už gautą teisingą Džesikos ir Rūtos greičių sąryšį.
	$d=100-0{,}9702\cdot 100=2{,}98$. *Ats.:* 2,98 m.	• 1	Už teisingai gautą atsakymą.
	II būdas Tarkime, t_R, t_J ir t_D – plaukikių viso plaukimo laikai. Tada jų greičiai yra atitinkamai $\frac{100}{t_R}$, $\frac{100}{t_J}$ ir $\frac{100}{t_D}$. $\frac{100}{t_J}\cdot t_R=98$, $t_R=0{,}98\ t_J$.	• 1	Už gautą teisingą Rūtos ir Julijos laikų sąryšį.
	$\frac{100}{t_D}\cdot t_J=99$, $t_J=0{,}99\ t_D$.	• 1	Už gautą teisingą Julijos ir Džesikos laikų sąryšį.
	$t_R=0{,}98\ t_J=0{,}98\cdot 0{,}99\ t_D=0{,}9702\ t_D$.	• 1	Už gautą teisingą Rūtos ir Džesikos laikų sąryšį.
	$d=100-0{,}9702t_D\cdot\frac{100}{t_D}=2{,}98$. *Ats.*: 2,98 m.	• 1	Už teisingai gautą atsakymą.

	III būdas  v_R, v_J, v_D – plaukikių greičiai. t_R ir t_J – plaukikių viso plaukimo laikai. $v_J \cdot t_R = 98$, $v_J \cdot t_J = 100$, $v_D \cdot t_J = 99$.	• 1 • 1	Už **vienos** teisingos lygties sudarymą. Už teisingai sudarytas **visas** lygtis.
	$v_D \cdot t_R = \frac{v_J \cdot t_R \cdot v_D \cdot t_J}{v_J \cdot t_J} = \frac{99 \cdot 98}{100} = 97{,}02$.	• 1	Už teisingai sudarytą Džesikos nuplaukto kelio formulę.
	$d = 100 - 97{,}02 = 2{,}98$. *Ats.:* 2,98 m.	• 1	Už teisingai gautą atsakymą.

	IV būdas  	• 1 • 1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą. Už teisingai brėžinyje surašytus duomenis *arba* kitaip įvestus kintamuosius.
	$\frac{x}{1}=\frac{98-x}{99}$,	• 1	Už teisingai sudarytą proporciją.
	$x=0{,}98$, todėl $d=2+0{,}98=2{,}98$. *Ats.:* 2,98 m.	• 1	Už teisingai gautą atsakymą.
	V būdas Su kiekvienu nuplauktu metru Rūta atitolsta nuo Julijos po 0,02 m.	• 1	Už teisingą nustatymą, kiek metrų Rūta atitolsta nuo Julijos, kol ši nuplaukia 1 m.
	Su kiekvienu nuplauktu metru Julija atitolsta nuo Džesikos po 0,01 m.	• 1	Už teisingą nustatymą, kiek metrų Julija atitolsta nuo Džesikos, kol ši nuplaukia 1 m.
	Rūtos finišo momentu Julija buvo nuplaukusi 98 m, o Džesikai iki finišo buvo likę $2+0{,}01\cdot 0{,}98\cdot 100=2{,}98$.	• 1	Už teisingą būdą, nustatant keliais metrais Rūta savo finišo momentu lenkė Džesiką.
	Ats.: 2,98 m.	• 1	Už teisingai gautą atsakymą.