PATVIRTINTA
Nacionalinės švietimo agentūros direktoriaus
2020 m. liepos 9 d. įsakymu Nr. VK-318

MATEMATIKOS PAGRINDINĖS SESIJOS VALSTYBINIO BRANDOS EGZAMINO KANDIDATŲ DARBŲ VERTINIMO INSTRUKCIJA

I dalis

Užd. Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ats.	C	D	C	B	C	A	B	D	C	B

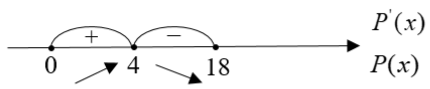
II dalis

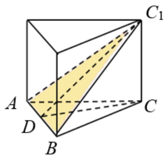
11.1	5.
11.2	$\frac{19}{25}$ (arba 0,76, arba 76 %).
12	$2\sqrt{2}$ (arba $\sqrt{8}$).
13.1	$1-k^2$.
13.2	$-k$ arba $-k\sqrt{1-k^2}+\frac{\sqrt{3}}{2}-\sqrt{3}k^2$.
14.1	0,25 (arba $\frac{1}{4}$, arba 25 %).
14.2	0,95 (arba $\frac{19}{20}$, arba 95 %).
15	17.
16	4.
17.1	$x \in (-6; -5), (0; 5)$.
17.2	0.
17.3	$y=-2x+4$.

III dalis

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
18		**2**	
	$15\cdot 4+15\cdot 0{,}4=66$ (Eur),	1	Už teisingai pasirinktą sprendimo būdą penkių treniruočių kainai apskaičiuoti.
	$250:66=3,(78)$, $250-66\cdot 3=52$, $52:15=3{,}4(6)$, $3\cdot 5+3=18$. *Ats.:* 18 treniruočių (arba 18).	1	Už gautą teisingą atsakymą.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
19		**4**	
19.1		**1**	
	$\log_5(x-7)=\log_5 5^0$, $x-7=1$, $x=8$. *Ats.:* 8.	1	Už teisingą atsakymą.
19.2		**3**	
	$\sin x+2\sin x\cos x=0$, $\sin x(1+2\cos x)=0$,	1	Už teisingai pritaikytą sinuso dvigubojo kampo formulę ir pertvarkytą lygtį.
	$\sin x=0$, arba $1+2\cos x=0$, $x=(-1)^k\cdot 0+\pi k$, $\cos x=-\frac{1}{2}$, $x=\pi k,\ k\in Z$, $x=\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi k,\ k\in Z$. *Ats.:* $x=\pi k$ arba $x=\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi k,\ k\in Z$.	2	Po vieną tašką už teisingai išspręstą kiekvieną trigonometrinę lygtį.

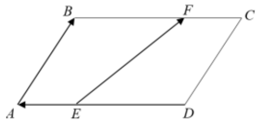
Užd.	**Sprendimas ir atsakymas**	**Taškai**	**Vertinimas**
20		**4**	
20.1		**2**	
	Gautos pajamos už parduotas apyrankes: $(38-x)(10+x)$. Apyrankių pagaminimo kaštai: $20(10+x)$,	1	Už bent vieną teisingai parašytą išraišką.
	$P(x)=(38-x)(10+x)-20(10+x)=$ $=(10+x)(38-x-20)=$ $=-x^2+8x+180.$	1	Už gautą teisingą pelno išraišką.
20.2		**2**	
	I būdas $P(x)=-x^2+8x+180,\ 0\le x\le 18.$ $P'(x)=-2x+8,$ $-2x+8=0,$ $x=4.$	1	Už teisingai pasirinktą sprendimo būdą (pvz., teisingai apskaičiuotą išvestinę ir gautą kritinį tašką).
	 *Ats.*: $x = 4$.	1	Už teisingą pagrindimą, kad su gautąja x reikšme pelnas bus didžiausias.
	II būdas $x_v=\dfrac{-8}{-2}=4.$	1	Už teisingai pasirinktą sprendimo būdą (pvz., teisingai surastą parabolės viršūnės abscisę).
	Kadangi $a=-1<0$, parabolės šakos nukreiptos žemyn, todėl didžiausia funkcijos reikšmė yra parabolės viršūnės taške. *Ats.*: $x = 4$.	1	Už teisingą pagrindimą, kad su gautąja x reikšme pelnas bus didžiausias.
	III būdas $P(x)=-x^2+8x+180,\ 0\le x\le 18.$ $P'(x)=-2x+8,$ $-2x+8=0,$ $x=4.$	1	Už teisingai pasirinktą sprendimo būdą (pvz., teisingai apskaičiuotą išvestinę ir gautą kritinį tašką).
	$0\le x\le 18,$ $P(0)=180,$ $P(4)=196,$ $P(18)=0.$ Didžiausią reikšmę funkcija įgyja kritiniame taške. *Ats.*: $x = 4$.	1	Už teisingą pagrindimą, kad su gautąja x reikšme pelnas bus didžiausias.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
21		**7**	
21.1		**1**	
	$S_{\text{pagrindo}} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \sin 60° = 9\sqrt{3}.$	1	Už teisingą pagrindimą.
21.2		**3**	
	I būdas $V_{\text{prizmės}} = S_{\text{pagrindo}} \cdot H = 9\sqrt{3} \cdot 6 = 54\sqrt{3},$	1	Už teisingai apskaičiuotą prizmės tūrį.
	$V_{\text{piramidės}} = \frac{1}{3} S_{\text{pagrindo}} \cdot H_{\text{piramidės}} = 3\sqrt{3} \cdot H_{\text{piramidės}},$	1	Už teisingą išraišką piramidės tūriui apskaičiuoti.
	$3\sqrt{3} \cdot H_{\text{piramidės}} = 54\sqrt{3},$ $H_{\text{piramidės}} = 18.$ *Ats.:* 18.	1	Už gautą teisingą atsakymą.
	II būdas $S_{\text{pagrindo}} \cdot H = \frac{1}{3} S_{\text{pagrindo}} \cdot H_{\text{piramidės}},$	1	Už teisingą lygybę.
	$H = \frac{1}{3} H_{\text{piramidės}},$	1	Už teisingai gautą aukštinių santykį.
	$H_{\text{piramidės}} = 3H = 3 \cdot 6 = 18.$ *Ats.:* 18.	1	Už gautą teisingą atsakymą.
21.3.		**3**	
21.3.1		**1**	
	 Kadangi *CD* yra lygiakraščio trikampio pusiaukraštinė, tai ji yra ir aukštinė. Pagal trijų statmenų teoremą ir C_1D yra statmena *AB*.	1	Už teisingą pagrindimą.
21.3.2		**2**	
	$CD = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3},$	1	Už teisingai apskaičiuotą pagrindo aukštinės ilgį.
	$\operatorname{tg} C_1DC = \frac{C_1C}{CD} = \frac{6}{3\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$ *Ats.:* $\operatorname{tg} C_1DC = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$	1	Už gautą teisingą atsakymą.

Pastaba

Jei mokinys, spręsdamas 21.3.2 dalį, pateikia atsakymą arba $\operatorname{tg} C_1DC = \frac{6}{\sqrt{27}}$, arba $\operatorname{tg} C_1DC = \frac{6}{3\sqrt{3}}$, arba $\operatorname{tg} C_1DC = \frac{2}{\sqrt{3}}$, jam skiriamas antras taškas.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
22		**6**	
22.1		**1**	
	$T_{18}=\frac{1+18}{2}\cdot 18=171.$ *Ats.:* 171.	1	Už gautą teisingą atsakymą.
22.2		**2**	
	$\frac{1+n}{2}\cdot n=7750,$ $n^2+n-15500=0,$	1	Už teisingai sudarytą lygtį *n* reikšmei apskaičiuoti.
	$D=62001,$ $n_1=-125$ (*netenkina uždavinio sąlygos*), $n_2=124,$ *n* = 124 yra natūralusis skaičius, todėl 7750 yra šimtas dvidešimt ketvirtas trikampis skaičius. *Ats.:* Taip.	1	Už gautą teisingą atsakymą.
22.3		**3**	
	I būdas $\frac{1+n}{2}\cdot n\leq 9999,\ n\in N,$ $n^2+n-19998\leq 0,$	1	Už teisingai pasirinktą sprendimo būdą (pvz., už teisingai sudarytą nelygybę arba lygtį *n* reikšmei rasti).
	$n\in\left[\frac{-1-\sqrt{79993}}{2};\frac{-1+\sqrt{79993}}{2}\right].$	1	Už teisingai išspręstą nelygybę arba lygtį.
	Šio intervalo didžiausias natūralusis skaičius $n=140,$ todėl $T_{140}=\frac{141}{2}\cdot 140=9870.$ *Ats.:* 9870.	1	Už gautą teisingą atsakymą.
	II būdas Skaičių seka (T_n), kur $T_n=\frac{n+1}{2}\cdot n,\quad n\in N,$ yra didėjančioji.	1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą.
	$T_{140}=\frac{1+140}{2}\cdot 140=9870.$	1	Už teisingai apskaičiuotą T_{140}.
	$T_{141}=\frac{142}{2}\cdot 141=10011>9999,$ todėl T_{140} yra didžiausias. *Ats.:* 9870.	1	Už teisingą pagrindimą, kad T_{140} didžiausias keturženklis trikampis skaičius.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
23		**2**	
	 $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BF}=$	1	Už teisingai pasirinktą sprendimo būdą.
	$=\frac{1}{3}\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}=$ $=\frac{1}{3}\vec{b}+\vec{a}-\frac{2}{3}\vec{b}=\vec{a}-\frac{1}{3}\vec{b}.$ *Ats.:* $\overrightarrow{EF}=\vec{a}-\frac{1}{3}\vec{b}.$	1	Už gautą teisingą atsakymą.
24		**3**	
	I būdas Merginų skaičius – x, vaikinų skaičius – $3x$, iš viso jaunuolių – $4x$, n – visų galimų bandymo baigčių skaičius, m – įvykiui A palankių baigčių skaičius, $n=\frac{4x(4x-1)}{2}=2x(4x-1),$ $m=\frac{x(x-1)}{2}.$	1	Už bent vieną teisingai sudarytą reiškinį n arba m reikšmei apskaičiuoti.
	Įvykis A – pasirinktos dvi merginos, $\mathbf{P}(A)=\frac{\frac{x(x-1)}{2}}{2x(4x-1)}=\frac{1}{20},\ x>0,$	1	Už teisingai sudarytą lygtį.
	$20x(x-1)=4x(4x-1),$ $5x-5=4x-1,$ $x=4.$ *Ats.:* 4 merginos ir 12 vaikinų.	1	Už gautą teisingą atsakymą.
	II būdas Merginų skaičius – x, vaikinų skaičius – $3x$, iš viso jaunuolių – $4x$. Tikimybė, kad pirma bus pasirinkta mergina, yra lygi $\frac{x}{4x}$, tikimybė, kad antra bus pasirinkta mergina, yra lygi $\frac{x-1}{4x-1}$.	1	Už teisingai sudarytą reiškinį $\frac{x-1}{4x-1}$ tikimybei apskaičiuoti.
	Įvykis A – pasirinktos dvi merginos, $\mathbf{P}(A)=\frac{x}{4x}\cdot\frac{x-1}{4x-1}=\frac{1}{20},\ x>0,$	1	Už teisingai sudarytą lygtį.

	$20x(x-1)=4x(4x-1),$ $5x-5=4x-1,$ $x=4.$ *Ats.:* 4 merginos ir 12 vaikinų.	1	Už gautą teisingą atsakymą.
Užd.	**Sprendimas ir atsakymas**	**Taškai**	**Vertinimas**
25		**4**	
	I būdas $y=kx,\ A(a;\ a^5),$ $k=a^4,$ $y=a^4x,$	1	Už teisingai sudarytą tiesės lygtį.
	$S=\int_0^a (a^4x-x^5)dx=$	1	Už teisingą figūros ploto *S* išreiškimą apibrėžtiniu integralu.
	$=\left(\frac{a^4\cdot x^2}{2}-\frac{x^6}{6}\right)\Bigg\vert_0^a=$	1	Už teisingai užrašytą pirmykštę funkciją.
	$=\frac{a^6}{3}.$ $S_{ABOC}=a\cdot a^5=a^6\Rightarrow S=\frac{1}{3}a^6=\frac{1}{3}S_{ABOC}.$	1	Už teisingą pagrindimą.
	II būdas $S_{\Delta OCA}=\frac{1}{2}a\cdot a^5=\frac{a^6}{2},$	1	Už teisingą stačiojo trikampio arba stačiakampio *ABOC* ploto išraišką per *a*.
	$S=S_{\Delta OCA}-\int_0^a x^5dx=$	1	Už teisingą figūros ploto *S* išreiškimą apibrėžtiniu integralu.
	$=\frac{a^6}{2}-\frac{x^6}{6}\Bigg\vert_0^a=$	1	Už teisingai užrašytą pirmykštę funkciją.
	$=\frac{a^6}{3}.$ $S_{ABOC}=a\cdot a^5=a^6\Rightarrow S=\frac{1}{3}a^6=\frac{1}{3}S_{ABOC}.$	1	Už teisingą pagrindimą.
	III būdas $S_{\Delta OCA}=\frac{1}{2}a\cdot a^5=\frac{a^6}{2},$	1	Už teisingą stačiojo trikampio arba stačiakampio *ABOC* ploto išraišką per *a*.
	$S_1=\int_0^a x^5dx=$	1	Už teisingą figūros ploto S_1 išreiškimą apibrėžtiniu integralu.

	$= \left.\dfrac{x^6}{6}\right\|_0^a = \dfrac{a^6}{6}$,	1	Už teisingai užrašytą pirmykštę funkciją ir rėžių įstatymą.
	$S = S_{\Delta OCA} - S_1 = \dfrac{a^6}{2} - \dfrac{a^6}{6} = \dfrac{a^6}{3}$, $S_{ABOC} = a \cdot a^5 = a^6 \Rightarrow S = \dfrac{1}{3}a^6 = \dfrac{1}{3}S_{ABOC}$.	1	Už teisingą pagrindimą.
Užd.	**Sprendimas ir atsakymas**	**Taškai**	**Vertinimas**
26		**6**	
26.1		**2**	
	$\Delta BEC = \Delta ADB$ pagal dvi kraštines ($BC = AB$ ir $CE = BD$) ir kampą tarp jų ($\angle BCE = \angle ABD = 60°$).	1	Už teisingą pagrindimą, kad $\Delta BEC = \Delta ADB$.
	Todėl $\angle BEC = \angle ADB = \alpha$. Iš keturkampio *CDEF*: $180° - \angle AFE + \alpha + 180° - \alpha + 60° = 360°$, $\angle AFE = 60°$.	1	Už teisingą pagrindimą, kad $\angle AFE = 60°$.
26.2		**1**	
	$\Delta ACD \sim \Delta AFE$ pagal du kampus, nes $\angle CAD$ – bendras, o $\angle AFE = \angle ACD = 60°$.	1	Už teisingą pagrindimą, kad $\Delta ACD \sim \Delta AFE$.
26.3		**3**	
	I būdas $\dfrac{AF}{AC} = \dfrac{AE}{AD}$. Pažymėkime $AC = 5x$. Iš ΔACD pagal kosinusų teoremą: $AD^2 = AC^2 + CD^2 - 2 \cdot AC \cdot CD \cdot \cos 60° =$ $= 25x^2 + 4x^2 - 10x^2 = 19x^2$. $AD = x\sqrt{19}$,	1	Už teisingą kraštinės *AD* išraišką per *x*.
	$\dfrac{AF}{5x} = \dfrac{2x}{x\sqrt{19}}$, $AF = \dfrac{x \cdot 10\sqrt{19}}{19}\left(\text{arba } \dfrac{10x}{\sqrt{19}}\right)$,	1	Už teisingą kraštinės *AF* išraišką per *x*.
	$FD = AD - AF = \dfrac{x \cdot 9\sqrt{19}}{19}\left(\text{arba } \dfrac{9x}{\sqrt{19}}\right)$, $\dfrac{AF}{FD} = \dfrac{10}{9}$. *Ats.:* $\dfrac{10}{9}$ (arba 10 : 9, arba $1\dfrac{1}{9}$).	1	Už teisingą kraštinės *FD* išraišką per *x* ir gautą teisingą atsakymą.

	II būdas $\frac{AF}{AC} = \frac{AE}{AD}.$ Pažymėkime $AC = 5x$. Iš ΔACD pagal kosinusų teoremą: $AD^2 = AC^2 + CD^2 - 2 \cdot AC \cdot CD \cdot \cos 60° =$ $= 25x^2 + 4x^2 - 10x^2 = 19x^2.$ $AD = x\sqrt{19},$	1	Už teisingą kraštinės *AD* išraišką per *x*.
	$\frac{S_{\Delta AFE}}{S_{\Delta ACD}} = \left(\frac{AE}{AD}\right)^2 = \left(\frac{2x}{\sqrt{19}x}\right)^2 = \frac{4}{19}.$	1	Už teisingą trikampių *AFE* ir *ACD* plotų santykį.
	$\frac{\frac{1}{2} AF \cdot AE \cdot \sin\alpha}{\frac{1}{2} AD \cdot AC \cdot \sin\alpha} = \frac{4}{19},$ $\frac{AF \cdot 2x}{AD \cdot 5x} = \frac{4}{19},$ $\frac{AF}{AD} = \frac{10}{19} \Rightarrow \frac{AF}{FD} = \frac{10}{9}.$ *Ats.:* $\frac{10}{9}$ (arba 10 : 9, arba $1\frac{1}{9}$).	1	Už gautą teisingą atsakymą.